

令和8年度 専攻科入学者選抜前期学力検査問題

数学

(注意事項) 計算過程を問題下の空欄に書き, 答を指定の欄に記入して下さい。

(1 / 4)

志 望 専 攻 名	受験番号	氏 名
工学専攻		

得 点	総得点

問題1. 次の各問いに答えよ. 配点 各5点

- (1) 関数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

答	$\frac{1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$
---	---------------------------------

$$f'(x) = \frac{\sqrt{1-x^2} - x \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2} = \frac{1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

- (2) 関数 $f(x) = \tan^{-1} \frac{1}{x}$ の第2次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

答	$\frac{2x}{(x^2+1)^2}$
---	------------------------

$$f'(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{x^2+1} \text{ より}$$

$$f''(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

- (3) $z = \frac{2x+y}{2x-y}$, $x = \cos t$, $y = \sin t$ のとき, $\frac{dz}{dt}$ を求めよ.

答	$\frac{4}{(2\cos t - \sin t)^2}$
---	----------------------------------

$$z_x = -\frac{4y}{(2x-y)^2}, z_y = \frac{4x}{(2x-y)^2}, \frac{dx}{dt} = -\sin t, \frac{dy}{dt} = \cos t \text{ より}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{4y \sin t + 4x \cos t}{(2x-y)^2} = \frac{4(\sin^2 t + \cos^2 t)}{(2\cos t - \sin t)^2} = \frac{4}{(2\cos t - \sin t)^2}$$

- (4) $z = e^{x+y} \cos(x-y)$ のとき, $z_{xx}z_{yy} - z_{xy}^2$ を求めよ.

答	$-4e^{2(x+y)}$
---	----------------

$$z_x = e^{x+y} \{\cos(x-y) - \sin(x-y)\}, z_y = e^{x+y} \{\cos(x-y) + \sin(x-y)\}$$

$$z_{xx} = -2e^{x+y} \sin(x-y), z_{xy} = 2e^{x+y} \cos(x-y), z_{yy} = 2e^{x+y} \sin(x-y) \text{ より}$$

$$z_{xx}z_{yy} - z_{xy}^2 = -4e^{2(x+y)} \{\sin^2(x-y) + \cos^2(x-y)\} = -4e^{2(x+y)}$$

令和8年度 専攻科入学者選抜前期学力検査問題

数学

(注意事項) 計算過程を問題下の空欄に書き、答を指定の欄に記入して下さい。

(2 / 4)

志 望 専 攻 名	受験番号	氏 名
工学専攻		

得 点

問題2. 次の計算をせよ. 配点 各6点

(1) $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\log x)^2}$

答	$\frac{1}{2}$
---	---------------

$1 + \log x = t$ とおくと, $\frac{1}{x} dx = dt$, また, $\frac{x}{t} \left| \begin{array}{l} 1 \rightarrow e \\ 1 \rightarrow 2 \end{array} \right.$ より

与式 $= \int_1^2 \frac{dt}{t^2} = \left[-\frac{1}{t} \right]_1^2 = \frac{1}{2}$

(2) $\int_0^\pi x^2 \sin \frac{x}{2} dx$

答	$8(\pi - 2)$
---	--------------

与式 $= \left[-2x^2 \cos \frac{x}{2} \right]_0^\pi + 4 \int_0^\pi x \cos \frac{x}{2} dx = 4 \left[2x \sin \frac{x}{2} \right]_0^\pi - 8 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx$
 $= 8\pi - 8 \left[-2 \cos \frac{x}{2} \right]_0^\pi = 8\pi - 16$

(3) $\iint_D x\sqrt{y} dx dy \quad D = \{(x, y) \mid x^2 \leq 1 - y, x \geq 0, y \geq 0\}$

答	$\frac{2}{15}$
---	----------------

$D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{1-y}, 0 \leq y \leq 1\}$ より

与式 $= \int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{1-y}} x\sqrt{y} dx \right) dy = \int_0^1 \left[\frac{1}{2} x^2 y^{\frac{1}{2}} \right]_0^{\sqrt{1-y}} dy = \frac{1}{2} \int_0^1 (y^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}) dy$
 $= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{3} y^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5} y^{\frac{5}{2}} \right]_0^1 = \frac{2}{15}$

(4) $\iint_D e^{x^2+y^2} dx dy \quad D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$

答	$\pi(e - 1)$
---	--------------

極座標 (r, θ) に直すと, $D = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ となり

与式 $= \int_0^{2\pi} \left\{ \int_0^1 r e^{r^2} dr \right\} d\theta = [\theta]_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} e^{r^2} \right]_0^1 = \pi(e - 1)$

令和8年度 専攻科入学者選抜前期学力検査問題

数学

(注意事項) 計算過程を問題下の空欄に書き、答を指定の欄に記入して下さい。

(3 / 4)

志 望 専 攻 名	受験番号	氏 名
工学専攻		

得 点

問題3. 次の微分方程式の一般解を求めよ。配点 各8点

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x^2 + x}$

答 $y = \frac{Cx}{x+1}$ (C は任意定数)

$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x(x+1)} = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx$ より, $\log|y| = \log|x| - \log|x+1| + c$, $\log \left| \frac{y(x+1)}{x} \right| = c$
 従って, $\frac{y(x+1)}{x} = C$ より, $y = \frac{Cx}{x+1}$

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{xy - y^2}{x^2}$

答 $y = \frac{x}{\log|x| + C}$ (C は任意定数)

$u = \frac{y}{x}$ とおくと, $\frac{dy}{dx} = u + x \frac{du}{dx}$ より, $u + x \frac{du}{dx} = u - u^2$, $\frac{du}{dx} = -\frac{u^2}{x}$
 $\therefore -\int \frac{du}{u^2} = \int \frac{dx}{x}$ より, $\frac{1}{u} = \log|x| + C$
 従って, $\frac{y}{x} = \frac{1}{\log|x| + C}$ より, $y = \frac{x}{\log|x| + C}$

(3) $\frac{dy}{dx} - y \tan x = \frac{1}{\cos^3 x}$

答 $y = \frac{\tan x + C}{\cos x}$ (C は任意定数)

与式の両辺に $\cos x$ をかけると, $y' \cos x - y \sin x = \sec^2 x$
 ここで, $\frac{d}{dx}(y \cos x) = y' \cos x - y \sin x$ より, $\frac{d}{dx}(y \cos x) = \sec^2 x$
 従って, $y \cos x = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$ より, $y = \frac{\tan x + C}{\cos x}$

(4) $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x$

答 $y = (C_1 + C_2x)e^x + x + 2$ (C_1, C_2 は任意定数)

(i) 微分方程式 $y''_0 - 2y'_0 + y_0 = 0$ の特性方程式 $\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$ を解くと, $\lambda = 1$ (2重解)

$\therefore y_0 = (C_1 + C_2x)e^x$

(ii) $y'' - 2y' + y = x$ の1つの解を $y_1 = ax + b$ とおくと, $y''_1 - 2y'_1 + y_1 = ax + (b - 2a) = x$ より

$a = 1, b = 2 \therefore y_1 = x + 2$

従って, (i), (ii) より, $y = y_0 + y_1 = (C_1 + C_2x)e^x + x + 2$

令和8年度 専攻科入学者選抜前期学力検査問題

数学 (注意事項) 計算過程を問題下の空欄に書き、答を指定の欄に記入して下さい。

(4/4)

志 望 専 攻 名	受験番号	氏 名
工学専攻		

得 点

問題4. 次の各問いに答えよ。配点 (1) 12点, (2) 12点 (①, ② 各6点)

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ の逆行列 A^{-1} を求めよ。

答	$A^{-1} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & -3 & -6 \end{pmatrix}$
---	--

$A = (a_{ij})$ とおくと

$$\tilde{a}_{11} = -1, \tilde{a}_{12} = 2, \tilde{a}_{13} = 6 \quad \therefore |A| = -1 + 4 + 6 = 9$$

$$\tilde{a}_{21} = 5, \tilde{a}_{22} = -1, \tilde{a}_{23} = -3 \quad (|A| = 10 + 2 - 3 = 9)$$

$$\tilde{a}_{31} = 4, \tilde{a}_{32} = 1, \tilde{a}_{33} = -6 \quad (|A| = 0 + 3 + 6 = 9)$$

$$\text{従って, } A^{-1} = \frac{1}{|A|} \tilde{A} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & 5 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ について、次の各問いに答えよ。

① A について、対角化行列 P を求め、対角化せよ。

答	$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ とおくと, $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$
---	--

固有方程式 $|A - \lambda E| = 0$ より

$$\begin{vmatrix} 4-\lambda & 2 \\ 3 & -1-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 3\lambda - 10 = (\lambda + 2)(\lambda - 5) = 0 \quad \therefore \lambda = -2, 5$$

(i) $\lambda_1 = -2$ のとき, $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$ より, $3x + y = 0 \quad \therefore x_1 = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (c_1 \neq 0)$

(ii) $\lambda_2 = 5$ のとき, $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0$ より, $-x + 2y = 0 \quad \therefore x_2 = c_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (c_2 \neq 0)$

$$\text{従って, } P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \text{ とおくと, } P^{-1}AP = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

② A^n を求めよ。($n = 1, 2, \dots$)

答	$A^n = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 6 \cdot 5^n + (-2)^n & 2 \cdot 5^n - 2(-2)^n \\ 3 \cdot 5^n - 3(-2)^n & 5^n + 6(-2)^n \end{pmatrix}$
---	---

$P^{-1}AP = D$ とおくと, $A = PDP^{-1}$

また, $P^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ より

$$A^n = PD^nP^{-1} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (-2)^n & 0 \\ 0 & 5^n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 6 \cdot 5^n + (-2)^n & 2 \cdot 5^n - 2(-2)^n \\ 3 \cdot 5^n - 3(-2)^n & 5^n + 6(-2)^n \end{pmatrix}$$