

受験番号	氏 名

得 点

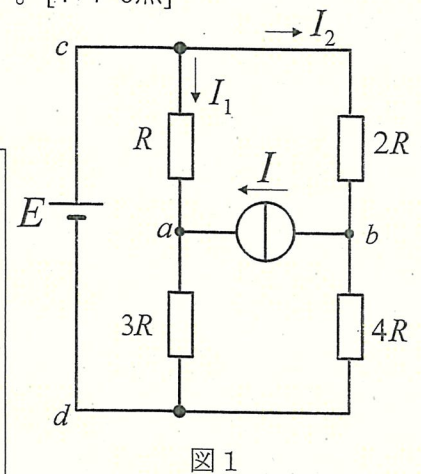
総 得 点

問1 図1に示す回路について、重ねの理を用いて電流 I_1 および I_2 を求めたい。次の間に答えなさい。
ただし、 I は定電流源、 E は定電圧源である。計算過程を示すこと。

- (1) 定電圧源 E のみを考慮した場合の回路を描きなさい。[4点]
- (2) (1)の回路における電流 I_1 と I_2 をそれぞれ I_{11} と I_{21} として求めなさい。[4+4=8点]
- (3) 定電流源 I のみを考慮した場合の回路を描きなさい。[4点]
- (4) (3)の回路における電流 I_1 と I_2 をそれぞれ I_{12} と I_{22} として求めなさい。[4+4=8点]
- (5) 図1の電流 I_1 を求めなさい。[4点]
- (6) 図1の電流 I_2 を求めなさい。[4点]

解答欄

(1)		(3)	
-----	--	-----	--



- (2)
$$I_{11} = \frac{E}{R+3R} = \frac{E}{4R}$$
$$I_{21} = \frac{E}{2R+4R} = \frac{E}{6R}$$
- (4)
$$I_{12} = -\frac{3R}{R+3R}I = -\frac{3}{4}I$$
$$I_{22} = \frac{4R}{2R+4R}I = \frac{2}{3}I$$
- (5)
$$I_1 = I_{11} + I_{12} = \frac{E}{4R} - \frac{3}{4}I$$
- (6)
$$I_2 = I_{21} + I_{22} = \frac{E}{6R} + \frac{2}{3}I$$

解答欄

(2)	$I_{11} = \frac{E}{4R}$	(2)	$I_{21} = \frac{E}{6R}$	(4)	$I_{12} = -\frac{3}{4}I$
(4)	$I_{22} = \frac{2}{3}I$	(5)	$I_1 = \frac{E}{4R} - \frac{3}{4}I$	(6)	$I_2 = \frac{E}{6R} + \frac{2}{3}I$

受験番号	氏 名

得 点

問2 図2に示す回路において、 $t=0$ でスイッチSをオンしたとき、 t 秒後に回路に流れる電流 $i(t)$ を求めたい。一般解を $i(t)=i_s(t)+i_t(t)$ とし、 $i_s(t)$ を定常解、 $i_t(t)$ を過渡解とする。ただし、 $E=100\text{V}$ 、 $R=20\Omega$ 、 $L=100\text{H}$ 、 $t=0$ において $i(t)=0$ とする。(3)と(4)は計算過程を示し、(4)は単位を付けて答えること。

- (1) $t \geq 0$ 秒後における微分方程式を立てなさい。[3点]
 (2) 定常解 $i_s(t)$ を求めなさい。[3点]
 (3) 過渡解 $i_t(t)$ と一般解 $i(t)$ を求めなさい。[6点]
 (4) $i(t)$ が定常電流の90%になるまでの時間 t を求めなさい。ただし、 $\log_e 10 = 2.3$ とする。[6点]

(1) 微分方程式

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$$

(2) 定常解

$$i_s(t) = \frac{E}{R}$$

(3) 過渡解

$$Ri_t(t) + L \frac{di_t(t)}{dt} = 0$$

$$L \frac{di_t(t)}{dt} = -Ri_t(t)$$

$$\frac{1}{i_t(t)} di_t(t) = -\frac{R}{L} dt$$

$$\int \frac{1}{i_t(t)} di_t(t) = \int -\frac{R}{L} dt$$

$$\ln i_t(t) = -\frac{R}{L} t + C$$

$$i_t(t) = A \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$$

ゆえに一般解は

$$i(t) = i_s(t) + i_t(t) = \frac{E}{R} + A \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$$

初期条件として、 $t=0$ のとき $i(t)=0$ を代入

$$A = -\frac{E}{R}$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)\}$$

(4) (3) より、定常値の90%となる時の関係式は

$$\frac{E}{R} * 0.9 = \frac{E}{R} \{1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)\}$$

$$\exp\left(-\frac{R}{L} t\right) = 0.1$$

数値を代入すると

$$\exp\left(-\frac{1}{5} t\right) = 0.1$$

両辺の自然対数を取ると

$$-\frac{1}{5} t = \ln_e 0.1$$

$$-\frac{1}{5} t = -\ln_e 10$$

$$t = 5 * 2.3 = 11.5$$

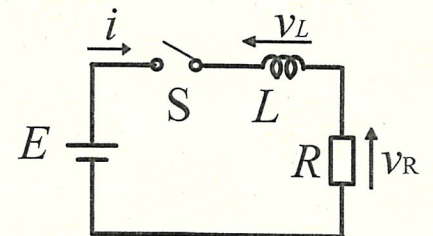


図2

解答欄

(1)	$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$		(2)	$i_s(t) = \frac{E}{R}$	
(3) $i_t(t)$	$i_t(t) = A \exp(-\frac{R}{L}t)$	(3) $i(t)$	$i(t) = \frac{E}{R} \{1 - \exp(-\frac{R}{L}t)\}$		(4) 11.5秒

受験番号	氏 名

得 点

問3 図3-1 に示す交流回路がある。電源 v_s には角周波数 $\omega = 50$ [rad/s], 最大値 $V_m = 36$ [V] の正弦波交流 $v_s = 36 \cos(50t)$ [V] が印加され、途中の回路を挟んで、端子 ab の右側には、純抵抗 R [Ω] とコンデンサ C [F] で構成された負荷が接続されている。虚数単位を $j (= \sqrt{-1})$ として、以下の設問に答えなさい。導出過程を示すこと。 [25点]

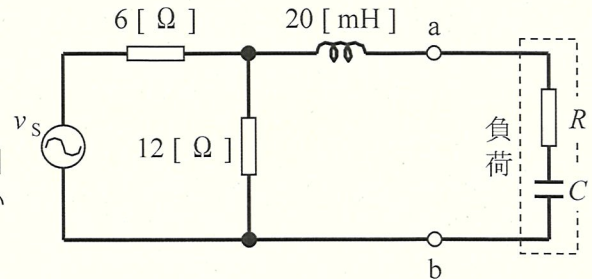


図3-1 交流回路

- 図3-1 の負荷を取り外し、端子 ab 側から見た場合のインピーダンス Z_o [Ω] を、直交形式で答えなさい。 [5点]
- 図3-1 の負荷を取り外した場合において、端子 ab 間に現れる開放電圧 v_o [V] を、 v_s の表記式に倣って答えなさい。 [5点]
- 負荷の純抵抗 R 部分に伝達される平均電力 P [W] が最大となるよう、純抵抗 R [Ω] および コンデンサ C [F] の値を答えなさい。 [10点 (R : 5点, C : 5点)]
- 前問3)において、負荷の純抵抗 R 部分に伝達される最大平均電力 P [W] を答えなさい。 [5点]

解答

- (1) 図3-1から負荷を取り外し、電圧源を短絡すると、端子 ab 間から見たインピーダンス $\dot{Z}_o$ は、図3-2のようになる。よって、

$$\dot{Z}_o = (6 // 12) + j \cdot (50 \times 0.02) = 4 + j \cdot 1 \text{ [Ω]}$$

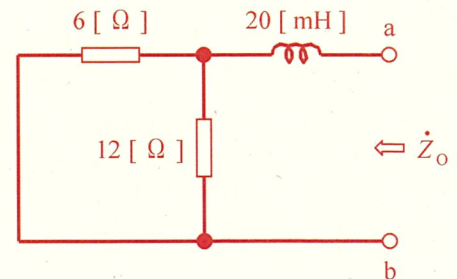


図3-2 端子 ab から見たインピーダンス

- (2) 図3-2より、端子 ab 間の開放電圧 v_o は、 v_s を抵抗比で分圧した電圧に等しい。よって、

$$v_o = \frac{12}{6+12} v_s = \frac{2}{3} \cdot 36 \cos(50t) = 24 \cos(50t) \text{ [V]}$$

- (3) (1), (2)より、電圧 v_o 、インピーダンス $\dot{Z}_o$ のテブナン電源に、負荷が接続されているとみなせる。従って、負荷の純抵抗 R 部分に伝達される平均電力 P [W] が最大となるには、 $\dot{Z}_o$ と負荷が複素共役の関係にあればよい。

$$\therefore R = 4 \text{ [Ω]}$$

$$-j \cdot \frac{1}{\omega C} = -j \cdot 1 \text{ より, } C = \frac{1}{50 \times 1} = 0.02 \text{ [F]}$$

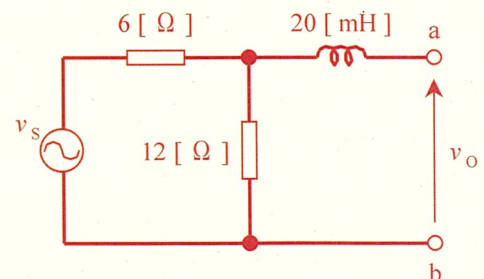


図3-3 端子 ab 間の開放電圧

- (4) テブナン電源電圧の実効値を $|\dot{V}_o|$ 、また テブナン電源電圧の最大値を v_o とすると、最大電力伝送定理 (インピーダンス・マッチング) より、最大平均電力 P [W] は次式で求まる；

$$P = \frac{1}{4} \cdot \frac{|\dot{V}_o|^2}{R} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{v_o}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R} = \frac{24^2}{4 \cdot 2 \cdot 4} = 18 \text{ [W]}$$

解答欄

(1)	$\dot{Z}_o = 4 + j \cdot 1 \text{ [Ω]}$	(2)	$v_o = 24 \cos(50t) \text{ [V]}$
(3)	$R = 4 \text{ [Ω]}$	$C = 0.02 \text{ [F]}$	(4) $P = 18 \text{ [W]}$

受験番号	氏 名

得 点

問4 図4-1 に、純抵抗 R と容量性リアクタンス X_C で構成された平衡対称回路を示す。純抵抗の値は $R = 4 [\Omega]$ で、容量性リアクタンスは角周波数 $\omega [\text{rad/s}]$ の交流電源接続時に $X_C = 9 [\Omega]$ である。虚数単位を $j (= \sqrt{-1})$ として、以下の設問に答えなさい。なお、解答の $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$ は、そのままが良い。導出過程を示すこと。[25点]

- (1) 端子 a-b 間に、 $\omega [\text{rad/s}]$ の単相交流電圧源を接続した場合、a-b 間の合成インピーダンス $\dot{Z} [\Omega]$ を、直交形式で答えなさい。[5点]
- (2) 端子 a-b, b-c, c-a 間に、 $\omega [\text{rad/s}]$ の対称三相交流電源を接続した。線間電圧の実効値が $|\dot{V}| = 6 [\text{V}]$ であるとき、相電圧の実効値 $|\dot{E}| [\text{V}]$ を答えなさい。[5点]
- (3) 前問(2)の対称三相交流電源が接続された場合において、一相あたりにおける ① 有効電力 $P [\text{W}]$, ② 無効電力 $Q [\text{var}]$, ③ 皮相電力 $S [\text{VA}]$ を、各々答えなさい。[15点(①:5点, ②:5点, ③:5点)]

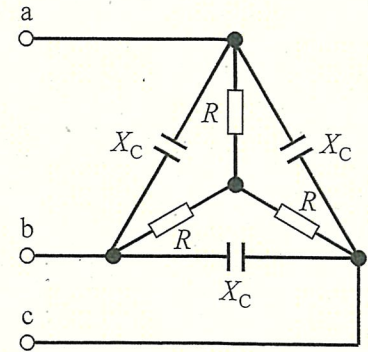


図4-1 平衡対称回路

解答

- (1) 図4-1の回路は、 Δ -Y変換によって図4-2に変換される。即ち、端子 a-b 間には $R = 4 [\Omega]$ と $X_C/3 = 9/3 = 3 [\Omega]$ の並列回路が2ヶ連なった形となる。従って、端子 a-b 間の合成インピーダンス $\dot{Z}$ は、

$$\dot{Z} = 2 \times (R // X_C/3) = 2 \times \frac{4 \cdot (-j \cdot 3)}{4 - j \cdot 3} = \frac{72}{25} - j \frac{96}{25} [\Omega]$$

または、 $2.88 - j \cdot 3.84 [\Omega]$

- (2) 対称三相交流より、相電圧は線間電圧の $\sqrt{3}$ 分の1となるから、

$$|\dot{E}| = \frac{6}{\sqrt{3}} [\text{V}] \quad \text{または} \quad 2\sqrt{3} [\text{V}]$$

- (3) 一相あたりの回路は、中性点・中性線経由で図4-3となる。よって、

- ① 有効電力 P は、

$$P = \frac{|\dot{E}|^2}{R} = (2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{1}{4} = 3 [\text{W}]$$

- ② 無効電力 Q は、

$$Q = \frac{|\dot{E}|^2}{(X_C/3)} = (2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{1}{3} = 4 [\text{var}]$$

- ③ 皮相電力 S は、 P および Q より、

$$S = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 [\text{VA}]$$

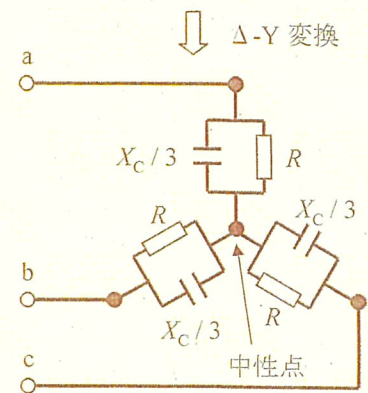


図4-2 変換後の回路

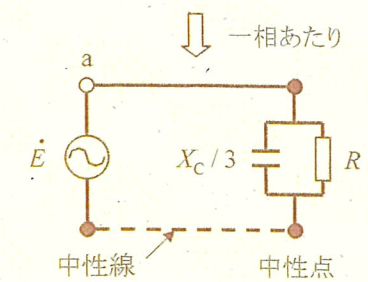


図4-3 一相あたりの回路

解答欄

(1)	$\dot{Z} = \frac{72}{25} - j \frac{96}{25} [\Omega]$ (または、 $2.88 - j \cdot 3.84 [\Omega]$)	(2)	$ \dot{E} = \frac{6}{\sqrt{3}} [\text{V}]$ または $2\sqrt{3} [\text{V}]$
(3)	① $P = 3 [\text{W}]$	② $Q = 4 [\text{var}]$	③ $S = 5 [\text{VA}]$