

令和8年度専攻科入学者選抜前期学力検査問題

電気情報システム工学専攻 電気電子系 専門Ⅰ (電磁気学)

(1/4)

受験番号	氏 名

得 点

総 得 点

問1 次の文章は、円形コイルによる磁界に関する記述である。文中の(1)～(4)に当てはまる式を答えよ。なお、単位が必要な問には単位を明記すること。単位の記載がない場合は、1点減点とする。また、答えに π が含まれる場合は、 π はそのまま記述してよい。(各5点)

(文章)

「図1のような、半径 a [m]の1巻きの円形コイルの中心軸上の任意の点の磁界の強さを求める。円形コイルに流れる電流を I [A]とすると、円形コイルの中心 O から点 P に向かう x 軸上の距離 b [m]にある点 P の磁界の強さは、ビオ・サバールの法則によって求められる。この法則を用いることにより、円形コイルの微小部分 dl [m]による点 P の磁界の強さ dH は(1)となる。このとき、 dH の x 軸方向の成分 dH_h は(2)で表される。点 P における磁界の強さ H は、 dH_h をコイルの全円周にわたって積分すれば求まり、(3)となる。なお、円形コイルの中心 O における磁界の強さ H_o は(4)となる。」

(1)円形コイルの微小部分 dl [m]による点 P の磁界の強さ dH [A/m]は、ビオ・サバールの法則式において $\theta=\pi/2$ [rad]として、

$$dH = \frac{I \sin \theta}{4\pi r^2} dl = \frac{I \sin \frac{\pi}{2}}{4\pi (a^2 + b^2)} dl = \frac{I}{4\pi (a^2 + b^2)} dl \quad [\text{A/m}]$$

(2) dH の x 軸方向の成分 dH_h は

$$dH_h = dH \times \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a I}{4\pi (a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} dl \quad [\text{A/m}]$$

(3)点 P における磁界の強さ H は

$$H = \int_0^{2\pi a} dH_h = \frac{a^2 I}{2 (a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad [\text{A/m}]$$

(4)円形コイルの中心 O における磁界の強さ H_o は、設問(3)で求めた式において $b=0$ より、

$$H_o = \frac{I}{2a} \quad [\text{A/m}]$$

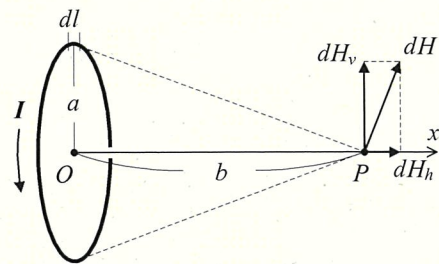


図 1

解答欄

(1) dH	$\frac{I}{4\pi (a^2 + b^2)} dl \quad [\text{A/m}]$
(2) dH_h	$\frac{a I}{4\pi (a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} dl \quad [\text{A/m}]$
(3) H	$\frac{a^2 I}{2 (a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \quad [\text{A/m}]$
(4) H_o	$\frac{I}{2a} \quad [\text{A/m}]$

問2 図2(a)のような一辺の長さ a [m]、巻数 n の正方形型コイルがあり、中心軸を基準に角速度 ω [rad/sec]で回転している。また、図2(b)はこの側面図であり、中心軸に対して垂直で様な磁束密度 B [T]の磁界が発生している。以下の問に答えよ。単位が必要な問には単位を明記すること。単位の記載がない場合は、1点減点とする。また、答えに π が含まれる場合は、 π はそのまま記述してよい。

(1) 0 [rad]のときコイルの面が磁界の向きと垂直になるものとし、開始時 ($t = 0$ [sec]) のコイルの角度を θ_0 [rad]としたとき、ある時刻 t [sec]において、回転するコイルの磁束鎖交数 ϕ を求めよ。(5点)

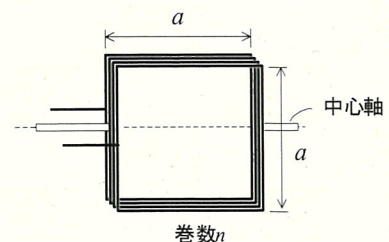


図 2(a) コイル

受験番号	氏 名

得 点

(2) 時刻 t [sec] において回転するコイルに発生する起電力 v を求めよ。

(5点)

時刻 t の時、コイルの角度は $\omega t + \theta_0$ となり、磁束方向に対して垂直に面するコイルの面積は

$$a^2 \cos(\omega t + \theta_0)$$

(1) コイルを貫く磁束 ϕ は

$$\phi = nBa^2 \cos \theta = nBa^2 \cos(\omega t + \theta_0) \text{ [Wb]}$$

(2) 時刻 t [sec] における起電力 v は

$$v = -\frac{d\phi}{dt} = n\omega Ba^2 \sin(\omega t + \theta_0) \text{ [V]}$$

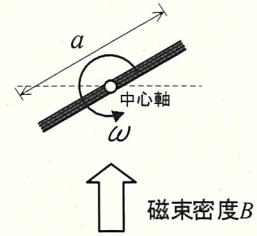


図 2(b) 側面図

解答欄

(1) ϕ	$nBa^2 \cos(\omega t + \theta_0) \text{ [Wb]}$	(2) v	$n\omega Ba^2 \sin(\omega t + \theta_0) \text{ [V]}$
---------------	--	------------	--

問 3 図3のように、半径 r [m] の無限に長い電線 A、B が、真空中に距離 d [m] 隔てて平行に張られている。それぞれの電線には、電流 I [A] が電線内を一樣な電流密度で流れており、その向きは互いに逆方向である。このとき、以下の問に答えよ。ただし、真空の透磁率を μ_0 [H/m] とする。なお、単位が必要な問には単位を明記すること。単位の記載がない場合は、1点減点とする。また、答えに π が含まれる場合は、 π はそのまま記述してよい。

- (1) 電線 A の中心軸から電線 B の中心軸へ x [m] の距離にある点 P について、電線 A による磁界の磁束密度 B_A を求めよ。(4点)
- (2) 同様に、点 P について、電線 B による磁界の磁束密度 B_B を求めよ。(4点)
- (3) 点 P について、電線 A および電線 B による磁界の合成磁束密度 B_P を求めよ。(4点)
- (4) A、B 両電線で作る、電線の単位長さ 1 [m] 当たりの面積内を通過する磁束鎖交数 ϕ を求めよ。(4点)
- (5) この平行電線間の単位長さ 1 [m] 当たりの自己インダクタンス L を求めよ。(4点)

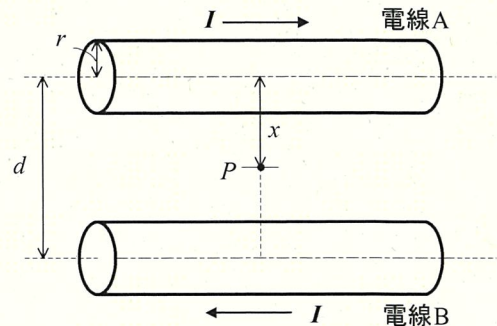


図 3

点 P において、電線 A による磁界の強さ H_A は、アンペアの周回積分を用いて、 $H_A = \frac{I}{2\pi x}$ [A/m]

(1) 磁束密度 B_A は、 $B_A = \mu_0 H_A = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ [Wb/m² or T]

(2) 同様に、 $B_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}$ [Wb/m² or T]

(3) 点 P では B_A と B_B が加えあう方向にあるため、磁界の合成磁束密度 B_P は、 $B_P = B_A + B_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}$ [Wb/m² or T]

(4) 点 P に微小幅 dx をとり、単位長さ 1 [m] との微小面積 $dS = dx \times 1$ を通過する磁束 $d\phi$ を求め、平行電線間の単位長さ 1 [m] 当たりの面積内を通過する磁束 ϕ を算出する。

$$\begin{aligned} d\phi &= dS \times B_P = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)} \right) dx \\ \phi &= \int_r^{d-r} d\phi = \int_r^{d-r} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)} \right) dx \\ &= \frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{d-r}{r} \text{ [Wb or Wb/m]} \end{aligned}$$

(5) 平行電線間の単位長さ 1 [m] 当たりの自己インダクタンス L は、

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-r}{r} \text{ [H or H/m]}$$

解答欄

(1) B_A	$\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ [Wb/m ² or T]
(2) B_B	$\frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}$ [Wb/m ² or T]
(3) B_P	$\frac{\mu_0 I}{2\pi x} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-x)}$ [Wb/m ² or T]
(4) ϕ	$\frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{d-r}{r}$ [Wb or Wb/m]
(5) L	$\frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-r}{r}$ [H or H/m]

受験番号	氏 名

得 点

問4 図4に示すように、半径 a [m]の導体球が、半径 b [m]の球状の導体膜に覆われている。導体球と導体膜は同心で、導体膜の厚さは無視できる。導体膜の内外は真空とする。導体球に $+Q$ [C]、導体膜に $-Q$ [C]の電荷を与えたとき、以下の問に答えよ。ただし、真空中の誘電率を ϵ_0 [F/m]とし、導体球の中心から無限遠点の電位を0 [V]とする。単位が必要な問には単位を明記すること。単位の記載がない場合は、1点減点とする。また、答えに π が含まれる場合は、 π はそのまま記述してよい。

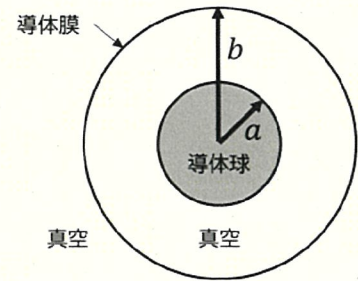


図4

- (1) 導体球の中心から距離 r ($b < r$) [m] の位置の電界の大きさ E_1 を求めよ。(5点)
- (2) 導体膜の電位 V_b を求めよ。(5点)
- (3) 導体球の中心から距離 r ($a < r < b$) [m] の位置の電界の大きさ E_2 を求めよ。(5点)
- (4) 導体球の電位 V_a を求めよ。(5点)
- (5) 導体球の中心から距離 r ($0 < r < a$) [m] の位置の電界の大きさ E_3 を求めよ。(5点)
- (6) 導体球と導体膜の間の静電容量 C を求めよ。(5点)

- (1) 導体球と同心の半径 r の閉曲面に対してガウスの法則を適用する。閉曲面内部の電荷は相殺されて0 [C]であるから、 $\int_S \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 E_1 = 0$ 。 $\therefore E_1 = 0$ [V/m]。
- (2) $V_b = -\int_{\infty}^b E_1 dr = 0$ [V]。
- (3) 導体球と同心の半径 r の閉曲面に対してガウスの法則を適用する。閉曲面内部の電荷は Q [C]であるから、 $\int_S \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 E_2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$ より、 $E_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ [V/m]。
- (4) $V_a = -\int_{\infty}^b E_1 dr - \int_b^a E_2 dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$ [V]。
- (5) 導体球と同心の半径 r の閉曲面に対してガウスの法則を適用する。導体球の電荷は球表面に存在するため、閉曲面内部の電荷は0 [C]である。したがって、(1) と同様に $E_3 = 0$ [V/m]。
- (6) 静電容量の定義より、 $C = \frac{Q}{V_a - V_b} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b - a}$ [F]。

解答欄

(1) E_1	0 [V/m]	(2) V_b	0 [V]	(3) E_2	$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ [V/m]
(4) V_a	$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$ [V]	(5) E_3	0 [V/m]	(6) C	$\frac{4\pi\epsilon_0 ab}{b - a}$ [F]

受験番号	氏 名

得 点

問5 図5に示すように、 x 軸上の原点 O (座標0 [cm]) に $+8 [\mu\text{C}]$ 、点 A (座標3 [cm]) に $+2 [\mu\text{C}]$ の点電荷がある。以下の問に答えよ。ただし、点電荷は真空中 (誘電率 ϵ_0 [F/m]) にあるものとし、計算には $1/4\pi\epsilon_0 = 9.0 \times 10^9$ [m/F] を用いよ。単位が必要な問には単位を明記すること。単位の記載がない場合は、1点減点とする。

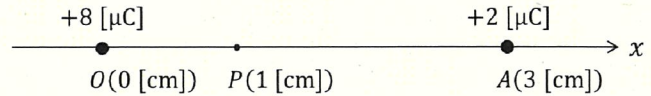


図5

- (1) 点電荷間に働く力の大きさ F を求めよ。(5点)
- (2) x 軸上の点 P (座標1 [cm]) における電界 E_P を求めよ。ただし、電界の向きは正負の符号で表し、 x 軸の正の向きを「+」とする。(5点)
- (3) 点 P における電位 V_P を求めよ。(5点)
- (4) x 軸上の区間 OA で電位が最も小さくなる点の座標 x_0 を求めよ。(5点)

$$(1) F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_O Q_A}{r_{OA}^2} = (9.0 \times 10^9) \cdot \frac{(8 \times 10^{-6})(2 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 160 [\text{N}].$$

$$(2) E_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_O}{r_{OP}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_A}{r_{PA}^2} = (9.0 \times 10^9) \cdot \frac{8 \times 10^{-6}}{(1 \times 10^{-2})^2} - (9.0 \times 10^9) \cdot \frac{2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 675 [\text{MV/m}].$$

$$(3) V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_O}{r_{OP}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_A}{r_{PA}} = (9.0 \times 10^9) \cdot \frac{8 \times 10^{-6}}{1 \times 10^{-2}} + (9.0 \times 10^9) \cdot \frac{2 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-2}} = 8.1 [\text{MV}].$$

$$(4) \text{区間} OA \text{の極値を調べる。座標} x \text{における電位} V(x) = \frac{72 \times 10^3}{x} + \frac{18 \times 10^3}{(3 \times 10^{-2} - x)} \text{ より、} V''(x) = \frac{144 \times 10^3}{x^3} + \frac{36 \times 10^3}{(3 \times 10^{-2} - x)^3} \text{ は区間} OA \text{で正となるから、} OA \text{間に極値があれば極小値である。} V'(x_0) = -\frac{72 \times 10^3}{x_0^2} + \frac{18 \times 10^3}{(3 \times 10^{-2} - x_0)^2} = 0 \text{ を解くと、} OA \text{間の解は} x_0 = 0.02 [\text{m}] = 2 [\text{cm}].$$

解答欄

(1)	160 [N]	(2)	675 [MV/m]	(3)	8.1 [MV]	(4)	2 [cm]
F		E_P		V_P		x_0	