令和５年度専攻科入学者選抜前期学力検査問題

電気情報システム工学専攻　電気電子系　専門Ⅱ（電気回路）　

受験番号	氏　　名	得　点	総得点

1.. 図1に示す回路において、以下の問いに答えなさい。$R_1 \neq R_2$とする。なお、計算過程を示すこと。(20点)

(1) R_3、E_1を取り外して開放したとき、端子 ab 間から見た内部抵抗 R を求めなさい。(5 点)

(2) R_3、E_1を取り外して開放したとき、端子 ab 間の電圧を求めなさい。(5 点)

(3) (1) 、(2)の結果より、図 1 の回路において、R_3に流れる電流 I_{ab}を求めなさい。(5 点)

(4) (3)の結果より、R_3に流れる電流 I_{ab}が 0 となる E_1、E_2の比（E_2 / E_1）を求めなさい。(5 点)

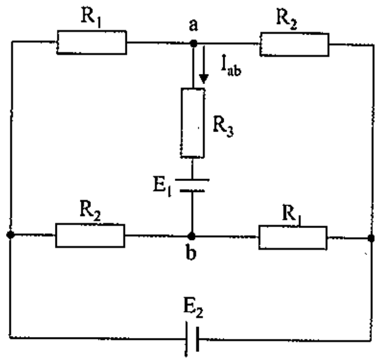
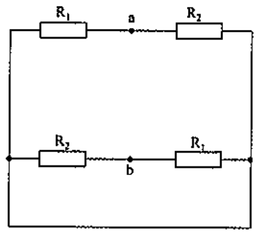


図 1

(1)（解）

ab 間の内部抵抗 Rは、

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2} \ [\Omega]$$



(2)（解）

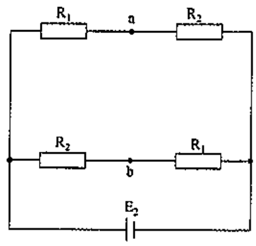
分圧より、a 点と b 点の電位V_a、V_bは以下になる。

$$V_a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E_2$$

$$V_b = \frac{R_1}{R_1 + R_2} E_2$$

よって

$$V_{ab} = V_a - V_b = \frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} E_2 \ [\mathrm{V}]$$

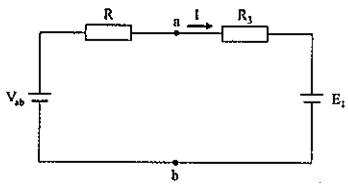


(3)（解）

テブナンの定理より、

$$I_{\mathrm{ab}} = \frac{V_{ab} - E_1}{R + R_3} = \frac{\frac{R_2 - R_1}{R_1 + R_2} E_2 - E_1}{\frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$

$$= \frac{(R_2 - R_1)E_2 - (R_1 + R_2)E_1}{2R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)} \ [\mathrm{V}]$$



(4)（解）

(3)の結果より、

$$(R_2 - R_1)E_2 - (R_1 + R_2)E_1 = 0$$

$$(R_2 - R_1)E_2 = (R_1 + R_2)E_1$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_2 - R_1}$$

受験番号	氏　　名	得　点

2．図2の回路について以下の問いに答えなさい。解答には計算過程を示し、適切な単位を用いること。（30点）

(1) 電流 $\dot{I}$、$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ の各値を複素数形式で求めなさい。また、$\dot{I}$、$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ の関係を示すベクトル図を解答欄Aに作成しなさい。交流電圧源 $\dot{E}_1$ の位相を基準とし、マス目を利用して作図すること。（3点×6）

(2) この回路の有効電力 P_1 、皮相電力 S_1 をそれぞれ求めなさい。（4点×2）

(3) この回路の端子 ab から交流電圧源 $\dot{E}_1$ を取り外し、かわりに直流電圧源 E_2 を接続した。十分時間が経過した後の消費電力 P_2 を求めなさい。（4点）

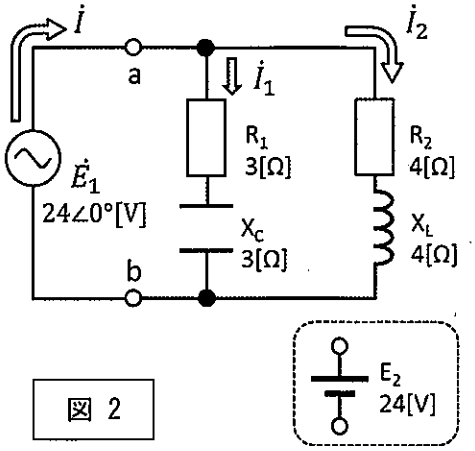
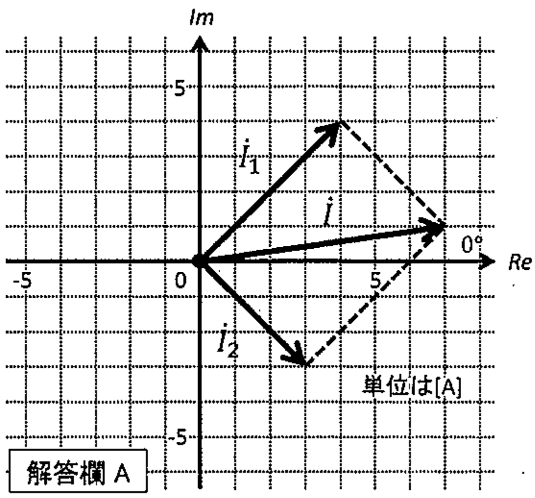


図 2



(1)（解）

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{R_1 - jX_c} = \frac{24}{3-j3} = \frac{24(3+j3)}{(3-j3)(3+j3)} = \frac{24}{18}(3+j3)$$
$$= 4 + j4\ [\mathrm{A}]$$
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_1}{R_2 + jX_L} = \frac{24}{4+j4} = \frac{24(4-j4)}{(4+j4)(4-j4)} = \frac{24}{32}(4-j4)$$
$$= 3 - j3\ [\mathrm{A}]$$
$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 4 + \mathrm{j}4 + 3 - \mathrm{j}3 = 7 + \mathrm{j}\ [\mathrm{A}]$$

(2)（解）

皮相電力 S_1

$$S_1 = IE_1 = \sqrt{7^2+1^2} \times 24 = 24\sqrt{50} = 120\sqrt{2}[\mathrm{VA}] = 169.7[\mathrm{VA}]$$

有効電力 P_1　$P_1 = 24 \times 7 = 168[\mathrm{W}]$

交流電圧源の位相 $\dot{E}_1 = 24\angle 0°$ より、電流の位相 θ が電圧と電流の位相差となり、力率 $\cos\theta$ を求めることができる。

$$\cos\theta = \frac{7}{\sqrt{7^2+1^2}} = \frac{7}{5\sqrt{2}}$$

$P_1 = IE_1\cos\theta$ より

$$P_1 = \sqrt{7^2+1^2} \times 24 \times \frac{7}{5\sqrt{2}} = 24 \times 7 = 168[\mathrm{W}]$$

(3)（解）

直流電圧源の回路となるため、X_C には電流が流れず、X_L は 0[Ω]として扱える。

よって回路に流れる電流 I は

$$I = \frac{E_2}{R_2} = \frac{24}{4} = 6[\mathrm{A}]$$

消費電力 P_2 は

$$P_2 = IE_2 = 6 \times 24 = 144[\mathrm{W}]$$

受験番号	氏　名	得　点

3．図3の回路について以下の問いに答えなさい。解答には計算過程を示し、適切な単位を用いること。（20点）

（1）図3（a）のインピーダンス $\dot{Z}_1$、$\dot{Z}_2$、$\dot{Z}_3$ は図3（b）に示す $\dot{Z}_1$、$\dot{Z}_2$、$\dot{Z}_3$ と等価である。交流電圧源 $\dot{E}_1$、$\dot{E}_2$ の角周波数がともに ω=100[rad/s] のとき、各インピーダンス $\dot{Z}_1$、$\dot{Z}_2$、$\dot{Z}_3$ の値を複素数形式で求めなさい。（6点）

（2）（1）を踏まえ、閉路A、Bに対してキルヒホッフの法則を適用し、電流 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$、$\dot{I}_3$ の値を複素数形式で求めなさい。（14点）

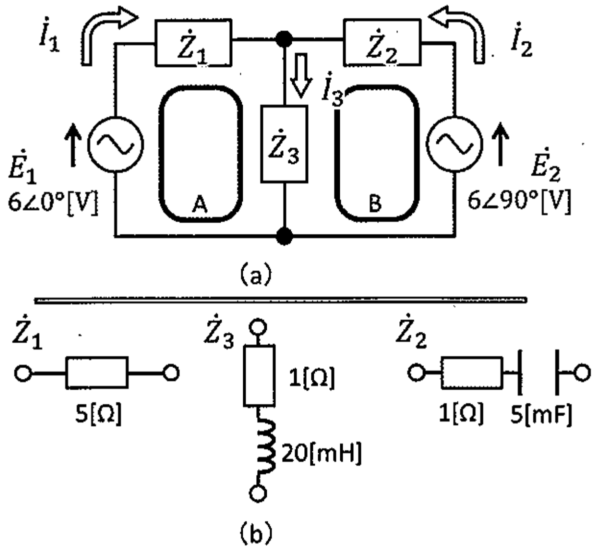


図 3

（1）（解）

$\dot{Z}_1 = 5[\Omega]$

$\dot{Z}_2 = R + \frac{1}{j\omega C} = 1 - j\frac{1}{100 \times 0.005} = 1 - j\frac{1}{0.5} = 1 - j2[\Omega]$

$\dot{Z}_3 = R + j\omega L = 1 + j100 \times 0.02 = 1 + j2[\Omega]$

（2）（解）　2　6

キルヒホッフの電流則より　2

$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$

閉路Aにキルヒホッフの電圧則を適用すると　3

$\dot{E}_1 = \dot{Z}_1\dot{I}_1 + \dot{Z}_3(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_3)\dot{I}_1 + \dot{Z}_3\dot{I}_2 = (6 + j2)\dot{I}_1 + (1 + j2)\dot{I}_2$

閉路Bにキルヒホッフの電圧則を適用すると　3

$\dot{E}_2 = \dot{Z}_2\dot{I}_2 + \dot{Z}_3(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) = \dot{Z}_3\dot{I}_1 + (\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3)\dot{I}_2 = (1 + j2)\dot{I}_1 + 2\dot{I}_2$

$$\begin{cases}(6 + j2)\dot{I}_1 + (1 + j2)\dot{I}_2 = 6 \\ (1 + j2)\dot{I}_1 + 2\dot{I}_2 = j6\end{cases}$$　5　1

$\Delta = \begin{vmatrix}6 + j2 & 1 + j2 \\ 1 + j2 & 2\end{vmatrix} = (6 + j2)2 - (1 + j2)^2 = 12 + j4 - (1 + j4 - 4) = 15$

とおくと、クラメルの公式より　4

$\dot{I}_1 = \frac{\begin{vmatrix}6 & 1 + j2 \\ j6 & 2\end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{12 - (j6 - 12)}{15} = \frac{24 - j6}{15} = \frac{8}{5} - j\frac{2}{5}[A] = 1.6 - j0.4[A]$　2

$\dot{I}_2 = \frac{\begin{vmatrix}6 + j2 & 6 \\ 1 + j2 & j6\end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{j36 - 12 - (6 + j12)}{15} = \frac{-18 + j24}{15} = -\frac{6}{5} + j\frac{8}{5}[A] = -1.2 + j1.6[A]$

$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (1.6 - j0.4) + (-1.2 + j1.6) = 0.4 + j1.2[A]$　22

受験番号	氏　名

得　点

4．図4に示す回路において、スイッチS は $t=0$ でa 側に閉じられており、$t=T$ でスイッチS をa 側からb 側へ切り替えた。キャパシタンスCの両端電圧をvとして以下の問いに答えなさい。ただし、キャパシタンスCの初期電荷は0とする。なお、計算過程を示すこと。（30点）

(1) キャパシタンス C に蓄えられる電荷量 q を両端電圧 v を用いて表しなさい。(5 点)

(2) $0 \leqq t \leqq T$のとき、キャパシタンス C の両端電圧 v の式を求めなさい。(10 点)

(3) $t=T$で、キャパシタンス C の両端電圧が E [V]だったとする。$t \geqq T$のとき、回路に流れる電流 i の式を求めなさい。(10 点)

(4) (3)と同様、$t=T$で、キャパシタンス C の両端電圧が E [V]だったとする。$t \geqq T$において R_2 で消費される電力を求めなさい。(5 点)

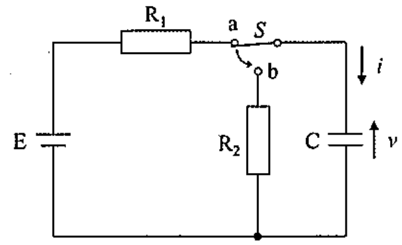


図4

(1)（解）

$q = Cv$

(2)（解）

$$E = CR_1\frac{dv}{dt} + v$$

$$\frac{1}{E-v}dv = \frac{1}{CR_1}dt$$

$$\int \frac{1}{E-v}dq = \int \frac{1}{CR_1}dt$$

$$-\ln(E-v) = \frac{1}{CR_1}t + \mathrm{A}$$

$$E - v = Ae^{-\frac{1}{CR_1}t}$$

$t=0$ で $v=0$ なので、

$$A = E$$

$$v = E - Ee^{-\frac{1}{CR_1}t} = E\left(1 - e^{-\frac{1}{CR_1}t}\right)$$

(3)（解）

$$0 = R_2\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q$$

$$\frac{1}{q}dq = -\frac{1}{CR}dt$$

$$\int \frac{1}{q}dq = -\int \frac{1}{CR_2}dt$$

$$\ln(q) = -\frac{1}{CR_2}t + \mathrm{A}$$

$$q = Ae^{-\frac{1}{CR_2}t}$$

$t=0$ で $q=\mathrm{CE}$ なので、

$$A = CE$$

$$q = CEe^{-\frac{1}{CR_2}t}\ [\mathrm{C}]$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R_2}e^{-\frac{t}{R_2C}}\ [\mathrm{A}]$$

※電流は図と逆方向

※（2）と同様に、vに関する回路方程式を解いても良い。
その場合、

$$v = Ee^{-\frac{1}{CR_2}t}\ [\mathrm{V}]$$となり、

$$q = \mathrm{C}v = CEe^{-\frac{1}{CR_2}t}\ [\mathrm{C}]$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R_2}e^{-\frac{t}{R_2C}}\ [\mathrm{A}]$$

となる。

(4)（解）

全消費電力は、

$$W = \int_0^\infty R_2 i^2 dt = \int_0^\infty R_2\frac{E^2}{{R_2}^2}e^{-\frac{2t}{R_2C}}dt$$

$$= \int_0^\infty \frac{E^2}{R_2}e^{-\frac{2t}{R_2C}}dt$$

$$= \left[-\frac{CE^2}{2}e^{-\frac{2t}{R_2C}}\right]_0^\infty$$

$$= \frac{1}{2}CE^2\ [\mathrm{J}]$$