令和６年度専攻科入学者選抜前期学力検査問題

電気情報システム工学専攻　電気電子系　専門Ⅱ　（電気回路）

受験番号	氏　　名	得　点	総得点

1. 図1の回路において以下の設問に単位を含め答えなさい．[25点]

1）図1の端子a, bから見た回路側の合成抵抗 R_0 [Ω] と端子a, b間の電位差 $V_o = V_{ab}$ [V] の値をそれぞれ求めなさい．[10点＝5点×2]

2）端子a, bに抵抗 $r = 2$ [Ω] を接続したとき，抵抗 r に流れる電流 I_r [A] と電圧源に流れる電流 I_V [A] の大きさをそれぞれ求めなさい．[10点＝5点×2]

3）2）のとき，回路中で最も消費電力が大きい抵抗の消費電力は，最も消費電力が小さい抵抗１つあたりの消費電力の何倍か求めなさい．[5点]

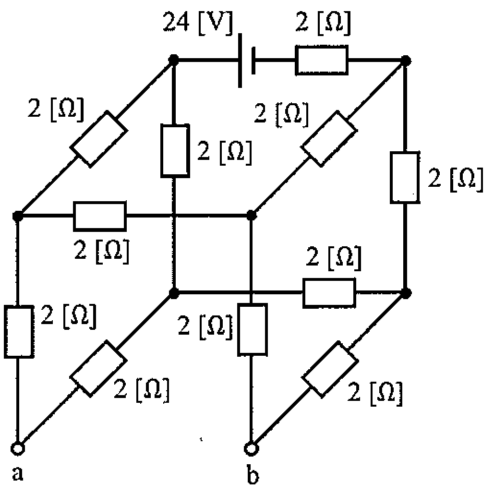

図１

解答

1）図1の回路の等電位の接続点を短絡した等価回路は図1-1で表される．また，さらに簡単化すると図1-2で表される．

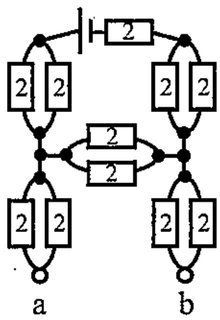

図1-1

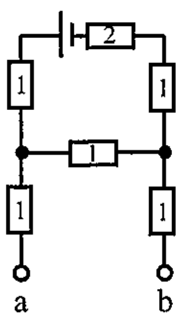

図1-2

図1-2から電圧源を短絡して端子a, b間の合成抵抗 R_0 を求めると，

$$R_0 = 1 + \frac{1\cdot(1+2+1)}{1+(1+2+1)} + 1 = \frac{14}{5} = 2.8 \ [\Omega]$$

となる．

また，図1-2の閉路では抵抗 5 [Ω] で電圧源 24 [V] の電圧が降下する．V_o は 1 [Ω] の電圧降下量に等しいので $V_o = 24/5 = 4.8$ [V] である．

2）テブナンの定理より，

$$I_r = \frac{V_o}{R_0 + r} = \frac{4.8}{2.8+2} = 1 \ [\mathrm{A}]$$

となる．次に，回路の対称性より，端子a, bから見た回路の合成抵抗 R_0 と，電圧源の枝路を接続点で切り取った接続点間の合成抵抗は等しい．開放電圧は 0 [V] だが，電流を求めたい枝路に電圧源があるので，キルヒホッフの電圧則から

$$I_V = \frac{24}{R_0 + 2} = \frac{24}{2.8+2} = 5 \ [\mathrm{A}]$$

となる．

3) どの枝路も抵抗の大きさが同じであるから，枝路を流れる電流の大きさを考える．一番大きい電流が流れるのは電圧源がある枝路で 2) の答えより 5 [A] である．また，一番小さい電流が流れるのは枝路の一端が端子aか端子bのどちらか一方に接続している枝路でそれぞれ 0.5 [A] である．したがって，

$$\frac{P_{max}}{P_{min}} = \frac{I_{max}^2 \cdot r}{I_{min}^2 \cdot r} = \frac{5^2\cdot 2}{0.5^2\cdot 2} = 100$$

となり，100倍である．

受験番号	氏　名	得　点

2. 図2の回路において，時刻 $t=0$ [s] のときにスイッチ S を閉じた．スイッチを閉じる前には回路に電流は流れていないものとして，以下の設問に単位を含め答えなさい．[25点]

1) $t \geqq 0$ [s] のとき，インダクタンス L に流れる電流 i_L [A] に関する回路方程式を導出しなさい．[5点]
2) 1) の回路方程式を解き，時刻 $t=0$ [s] 時点の条件を満たした電流 i_L, i_R をそれぞれ求めなさい．[10点＝5点×2]
3) $t \geqq 0$ [s] のとき，抵抗 R で消費する瞬時電力 p_R [W] を求めなさい．[5点]
4) スイッチを閉じてから定常状態に達するまでに抵抗 R で消費する電力量 W_R [J] を求めなさい．[5点]

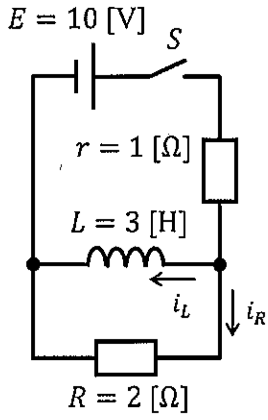

図 2

解答

1) 図2より，

$$r(i_L+i_R)+L\frac{di_L}{dt}=E \tag{1}$$

$$L\frac{di_L}{dt}-Ri_R=0 \qquad \therefore i_R=\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt} \tag{2}$$

式(2)を式(1)に代入して整理すると，

$$L\left(\frac{r+R}{R}\right)\frac{di_L}{dt}+ri_L=E \tag{3}$$

$$\therefore \quad 9\frac{di_L}{dt}+2i_L=20 \tag{4}$$

2) 式(4)で 右辺＝0 として，過渡解 i_t を変数分離により求める．

$$\frac{di_t}{i_t}=-\frac{2}{9}dt, \quad \int\frac{di_t}{i_t}=\int-\frac{2}{9}dt$$

$$\ln i_t=-\frac{2}{9}t+C \qquad \therefore \quad i_t=Ae^{-\frac{2}{9}t} \text{ [A]} \tag{5}$$

式(5)でC, Aは積分定数である．次に，定常解（特解）i_s はコイルが短絡している場合に等しいから，

$$i_s=\frac{E}{r}=\frac{10}{1}=10 \text{ [A]} \tag{6}$$

よって，求める一般解 i_L は，

$$i_L=i_t+i_s=Ae^{-\frac{2}{9}t}+10 \tag{7}$$

となる．ここで，$t=0$ の条件 $i_L=0$ を満たすためには $A=-10$ となり，解は次式となる．

$$i_L=10\left(1-e^{-\frac{2}{9}t}\right) \text{ [A]} \tag{8}$$

電流 i_R は式(2)と式(8)より，

$$i_R=\frac{L}{R}\frac{di_L}{dt}=\frac{3}{2}\cdot 10\cdot\frac{2}{9}e^{-\frac{2}{9}t}=\frac{10}{3}e^{-\frac{2}{9}t} \text{ [A]} \tag{9}$$

3) 抵抗 R で消費される瞬時電力 p_R は，

$$p_R=i_R^2R=\frac{200}{9}e^{-\frac{4}{9}t} \text{ [W]} \tag{10}$$

4) スイッチを閉じてから定常状態に達するまでの電力量 W_R は，$t=0$ から $t=\infty$ まで瞬時電力を積分すればよいから，

$$W_R=\int_0^\infty p_R dt=\frac{200}{9}\left[-\frac{9}{4}e^{-\frac{4}{9}t}\right]_0^\infty=\frac{200}{9}\cdot\frac{9}{4}$$

$$=50 \text{ [J]} \tag{11}$$

―――

2) のLaplace変換を用いた解法

式(4)をLaplace変換すると，

$$\frac{20}{s}=2I_L(s)+9\big(sI_L(s)+i_L(0)\big) \tag{12}$$

上式の $i_L(0)$ は $t=0$ のときの電流の値なので，$i_L(0)=0$ とすると，

$$\frac{20}{s}=2I_L(s)+9sI_L(s)=(2+9s)I_L(s) \tag{13}$$

となり，$I_L(s)$ について解いて，右辺を部分分数分解すると，

$$I_L(s)=\frac{20}{s(2+9s)}=\frac{10}{s}-\frac{10}{s+\frac{2}{9}} \tag{14}$$

式(14)を逆Laplace変換してまとめると，

$$i_L=10\left(1-e^{-\frac{2}{9}t}\right) \text{ [A]} \tag{15}$$

受験番号	氏　名	得　点

3. 図3-1 に，インピーダンス負荷 $\dot{Z}_{AB}$ [Ω]，$\dot{Z}_{AC}$ [Ω]，$\dot{Z}_{BC}$ [Ω]，$\dot{Z}_{BD}$ [Ω]，$\dot{Z}_{CD}$ [Ω] で構成された回路を示す．AD 間には 角周波数 ω [rad / s] の正弦波交流電源が接続されているとして，以下の設問に答えなさい．［25点］

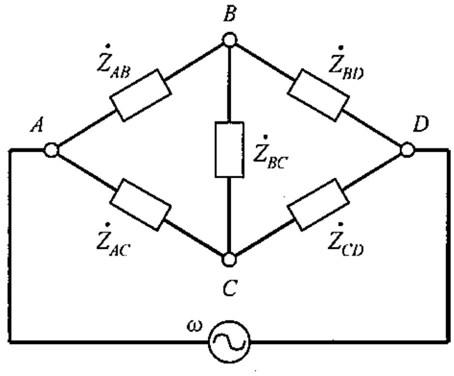

図3-1 ブリッジ回路

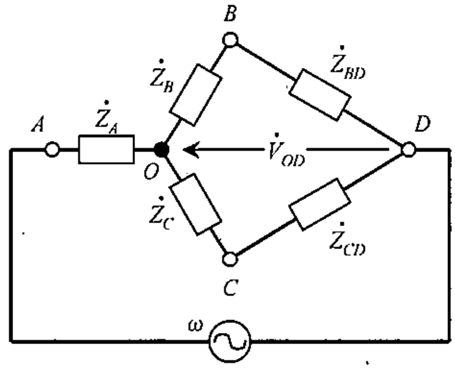

図3-2 変換後の回路

1) 図3-1 の回路を，図3-2 のように変換したい．$\dot{Z}_A$ [Ω]，$\dot{Z}_B$ [Ω]，$\dot{Z}_C$ [Ω] を答えなさい．［9点＝3点×3］

2) 図3-2 の変換後の回路において，OD 間の電圧を $\dot{V}_{OD}$ [V] とする．BD 間の電圧 $\dot{V}_{BD}$ [V] および CD 間の電圧 $\dot{V}_{CD}$ [V] を，$\dot{V}_{OD}$ と $\dot{Z}_B$，$\dot{Z}_{BD}$，$\dot{Z}_C$，$\dot{Z}_{CD}$ を用いて表わしなさい．［6点＝3点×2］

3) B 点とC 点が等電位である場合，「ブリッジの平衡条件」が成り立つはずである．前問 2) の結果を用いて，「ブリッジの平衡条件」を導出しなさい．［5点］

4) $\dot{Z}_{AB}$ と $\dot{Z}_{AC}$ は各々純抵抗で $\dot{Z}_{AB}=4$ [Ω]，$\dot{Z}_{AC}=12$ [Ω] である．一方，$\dot{Z}_{BD}$ と $\dot{Z}_{CD}$ は各々純インダクタンスで $\dot{Z}_{BD}=j\omega(16/3)$ [Ω]，$\dot{Z}_{CD}=j\omega L$ [Ω]（インダクタンス L の値は不明）である．$\omega=1$ [rad / s] で「ブリッジの平衡条件」が成り立つとき，AD 間の合成インピーダンス $\dot{Z}_{AD}$ の大きさ $|\dot{Z}_{AD}|$ [Ω] を答えなさい．［5点］

解答

1) Δ-Y変換より，

$$
\begin{cases}
\dot{Z}_A = \dfrac{\dot{Z}_{AC}\cdot\dot{Z}_{AB}}{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{AC}} & [\,\Omega\,] \\[2ex]
\dot{Z}_B = \dfrac{\dot{Z}_{AB}\cdot\dot{Z}_{BC}}{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{AC}} & [\,\Omega\,] \\[2ex]
\dot{Z}_C = \dfrac{\dot{Z}_{BC}\cdot\dot{Z}_{AC}}{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{AC}} & [\,\Omega\,]
\end{cases}
$$

3) B 点と C 点が等電位なので，$\dot{V}_{BD}=\dot{V}_{CD}$ より，

$$\frac{\dot{Z}_{BD}}{\dot{Z}_{BD}+\dot{Z}_B}\dot{V}_{OD} = \frac{\dot{Z}_{CD}}{\dot{Z}_{CD}+\dot{Z}_C}\dot{V}_{OD}$$

$$\dot{Z}_{BD}\cdot(\dot{Z}_{CD}+\dot{Z}_C) = \dot{Z}_{CD}\cdot(\dot{Z}_{BD}+\dot{Z}_B)$$

$$\cancel{\dot{Z}_{BD}\cdot\dot{Z}_{CD}} + \frac{\dot{Z}_{BD}\cdot\cancel{\dot{Z}_{BC}}\cdot\dot{Z}_{AC}}{\cancel{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{AC}}} = \cancel{\dot{Z}_{CD}\cdot\dot{Z}_{BD}} + \frac{\dot{Z}_{CD}\cdot\dot{Z}_{AB}\cdot\cancel{\dot{Z}_{BC}}}{\cancel{\dot{Z}_{AB}+\dot{Z}_{BC}+\dot{Z}_{AC}}}$$

∴ 平衡条件 … $\dot{Z}_{BD}\cdot\dot{Z}_{AC} = \dot{Z}_{AB}\cdot\dot{Z}_{CD}$

2) 分圧を考えればよいので，

$$
\begin{cases}
\dot{V}_{BD} = \dfrac{\dot{Z}_{BD}}{\dot{Z}_{BD}+\dot{Z}_B}\dot{V}_{OD} & [\,\mathrm{V}\,] \\[2ex]
\dot{V}_{CD} = \dfrac{\dot{Z}_{CD}}{\dot{Z}_{CD}+\dot{Z}_C}\dot{V}_{OD} & [\,\mathrm{V}\,]
\end{cases}
$$

4) 「ブリッジの平衡条件」より，

$$\dot{Z}_{BD}\cdot\dot{Z}_{AC} = \dot{Z}_{AB}\cdot\dot{Z}_{CD}$$
$$j1\cdot(16/3)\cdot 12 = 4\cdot j1\cdot L$$
$$L = 16\,[\,\mathrm{H}\,]$$

平衡より，BC 間短絡で考えると

$$\dot{Z}_{AD} = (\dot{Z}_{AB}/\!/\dot{Z}_{AC}) + (\dot{Z}_{BD}/\!/\dot{Z}_{CD})$$
$$= \frac{4\cdot 12}{4+12} + \frac{j(16/3)\cdot j16}{j(16/3)+j16}$$
$$= 3+j4$$

$$|\dot{Z}_{AD}| = \sqrt{3^2+4^2} = 5\,[\,\Omega\,]$$

受験番号	氏　名

得　点

4. 図4-1 に，スターY 結線された対称三相交流電源と，純抵抗 R [Ω] がデルタ Δ 結線された対称負荷 によって構成された回路を示す．以下の設問に答えなさい．注）解答の $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$，$\sqrt{7}$ は，そのままで良い．［25点］

1) 相電圧 $\dot{E}_A$ の瞬時値 $e_A(t)$ が，角周波数 ω [rad / s] と相電圧の実効値 E [V] により，$e_A(t)=\sqrt{2}\,E\sin(\omega t)$ で表わされるとする．同様に，他の相電圧 $\dot{E}_B$，$\dot{E}_C$ の瞬時値は，各々 $e_B(t)=\sqrt{2}\,E\sin(\omega t-2\pi/3)$，$e_C(t)=\sqrt{2}\,E\sin(\omega t-4\pi/3)$ である．時間 $t=t_1$ [s] ($t_1>0$) での瞬時値の和：$e_A+e_B+e_C$ を答えなさい．［5点］
2) 相電圧 $\dot{E}_A$ が，図4-2 のベクトルで示される場合，同図に 相電圧 $\dot{E}_A$ を基準として線間電圧 $\dot{V}_{AB}$ を作図しなさい．なお，他の相電圧 $\dot{E}_B$ や $\dot{E}_C$ も示すこと．また，線間電圧 $\dot{V}_{AB}$ の大きさ $|\dot{V}_{AB}|$ [V] も答えなさい．［10点］
3) 各相電圧の実効値が $E=10$ [V]，対称負荷の純抵抗が $R=5$ [Ω] であるとして，1つの負荷 R で消費される電力 P [W] を答えなさい．また，線電流 $\dot{I}_A$ の大きさ $|\dot{I}_A|$ [A] も答えなさい．［10点］

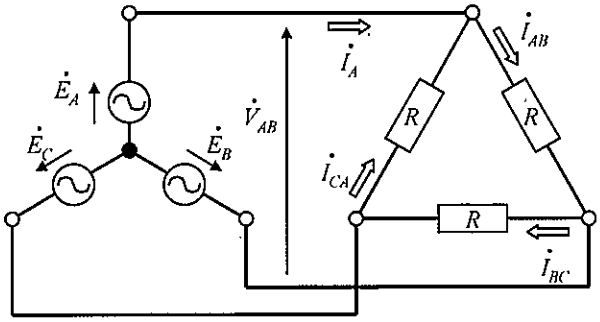

図4-1　対称三相回路

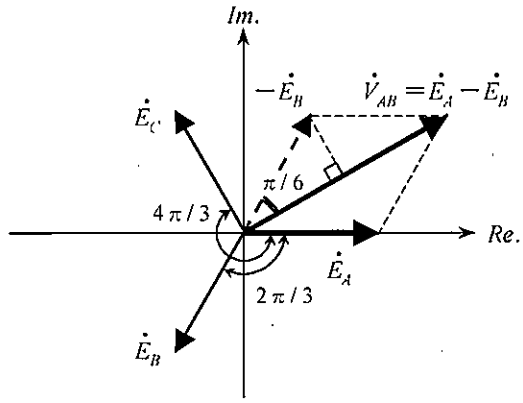

図4-2　ベクトル図

解答

1) 対称三相交流より，各相電圧は時間に関係なく，互いの位相差を常に $2\pi/3$ [rad] に保ち，その和は 0．
従って，瞬時値の和についても，$e_A+e_B+e_C=0$（次問 2) のベクトル図も参照）；

$$
\begin{aligned}
e_A+e_B+e_C &= \sqrt{2}\,E\sin(\omega t_1)+\sqrt{2}\,E\sin(\omega t_1-2\pi/3)+\sqrt{2}\,E\sin(\omega t_1-4\pi/3)\\
&=\sqrt{2}\,E\{\sin(\omega t_1)+\sin(\omega t_1)\cos(-2\pi/3)+\cos(\omega t_1)\sin(-2\pi/3)\\
&\qquad+\sin(\omega t_1)\cos(-4\pi/3)+\cos(\omega t_1)\sin(-4\pi/3)\}\\
&=\sqrt{2}\,E\{\sin(\omega t_1)-\frac{1}{2}\sin(\omega t_1)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\omega t_1)-\frac{1}{2}\sin(\omega t_1)-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\omega t_1)\}=0
\end{aligned}
$$

2) $\dot{E}_A$ と $\dot{E}_B$ の位相差は $2\pi/3$ [rad]，$\dot{E}_B$ と $\dot{E}_C$ の位相差も $2\pi/3$ [rad]．線間電圧 $\dot{V}_{AB}=\dot{E}_A-\dot{E}_B$ であるので，$\dot{E}_A$ と $(-\dot{E}_B)$ の合成ベクトルを考えると，図4-2 のようになる．
また 図4-2より，$|\dot{V}_{AB}|=\sqrt{3}\,|\dot{E}_A|=\sqrt{3}\,E$ [V]

3) 各負荷には各線間電圧が印加されるので，$\dot{V}_{AB}$ と R を用いて，

$$P=\frac{|\dot{V}_{AB}|^2}{R}=\frac{(\sqrt{3}E)^2}{R}=\frac{3\times10^2}{5}=60\ [\mathrm{W}]$$

一方電流については，各相電流が各負荷に流れるので，$\dot{I}_{AB}$ と R を用いて，

$$P=|\dot{I}_{AB}|^2R\qquad\therefore\ |\dot{I}_{AB}|=\sqrt{P/R}=\sqrt{60/5}=2\sqrt{3}\ [\mathrm{A}]$$

相電流 $\dot{I}_{AB}$ と線電流 $\dot{I}_A$ の関係は，右のベクトル図のようになるから，

$$|\dot{I}_A|=\sqrt{3}\,|\dot{I}_{AB}|=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=6\ [\mathrm{A}]$$