

令和7年度専攻科入学者選抜前期学力検査問題

電気情報システム工学専攻

電気電子系

専門 I

(電磁気学)

(1/5)

受験番号	氏 名

得 点

総 得 点

問1 図1(a)は無有限長同軸円筒導体であり、図1(b)は図1(a)を真上から見た図である。内導体の半径を a [m]、外導体の内径を b [m]、外導体の外径を c [m]、円筒の中心から半径方向の長さを x [m]、導体の透磁率は μ 、内外導体間は空気とする。内外導体に図1のように逆方向の電流 I [A]が流れているとき以下の問に答えよ。(2)、(7) 以外は計算過程を示し、すべての答えに単位をつけて答えること。単位がない場合は1点減点とする。[(1)~(7)は4点×7=28点、(8)は8点、合計36点]

- (1) 内外導体間の磁界 H を求めよ。
- (2) 内外導体間の磁束密度 B を求めよ。
- (3) 内外導体間の磁束 ϕ を求めよ。
- (4) 内外導体間の単位長さあたりのインダクタンス L を求めよ。
- (5) 内外導体間に単位長さあたりに蓄えられている磁界のエネルギー W を求めよ。
- (6) 内部導体内の磁界 H を求めよ。
- (7) 内部導体内の磁束密度 B を求めよ。
- (8) 内部導体内に単位長さあたりに蓄えられている磁界のエネルギー W を求めよ。

【解答】

- (1) 円筒中心から半径方向の長さを x とする。 $a < x < b$ において、単位長さあたりで考える。アンペアの集回積分より

$$2\pi x H = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi x} \text{ [A/m]}$$

- (2) 導体間は空気であるため

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \text{ [T]}$$

$$(3) \phi = \int_a^b B dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_a^b \frac{1}{x} dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \text{ [Wb]}$$

- (4) $\phi = LI$ より、単位長さあたりのインダクタンスは

$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \text{ [H]}$$

- (5) 単位長さあたりに蓄えられている磁界エネルギーは

$$W = \frac{1}{2} LI^2 \text{ より}$$

$$= \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \text{ [J]}$$

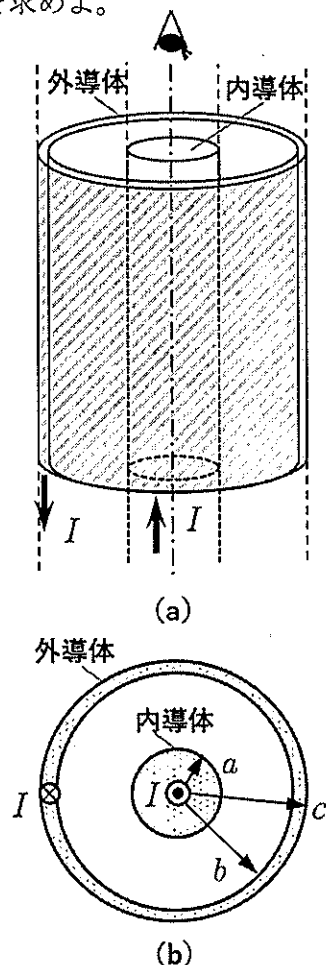


図1

受験番号	氏 名

得 点

(6) $x=a$ において、単位長さあたりで考える。アンペアの集積積分より

$$2\pi x H = \frac{\pi x^2}{\pi a^2} I$$

$$H = \frac{x}{2\pi a^2} I [\text{A/m}]$$

(7) 導体内は透磁率 μ より

$$B = \mu H = \frac{\mu x I}{2\pi a^2} [\text{T}]$$

(8) 単位長さあたりに微小距離 dx に蓄えられている磁界エネルギー dW は

$$\begin{aligned} dW &= \frac{1}{2} B H \times 2\pi x dx \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu x I}{2\pi a^2} \frac{x I}{2\pi a^2} \times 2\pi x dx \\ &= \frac{\mu x^3 I^2}{4\pi a^4} dx \end{aligned}$$

ゆえに内部導体内に蓄えられている単位長さあたりの磁界エネルギー W は

$$\begin{aligned} W &= \int_0^a dW \\ &= \frac{\mu I^2}{4\pi a^4} \int_0^a x^3 dx \\ &= \frac{\mu I^2}{16\pi a^4} [x^4]_0^a \\ &= \frac{\mu I^2}{16\pi a^4} a^4 \\ &= \frac{\mu I^2}{16\pi} [\text{J}] \end{aligned}$$

解答欄

(1) $H = \frac{I}{2\pi x} [\text{A/m}]$	(2) $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} [\text{T}]$	(3) $\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a} [\text{Wb}]$	(4) $L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{b}{a} [\text{H}]$
(5) $W = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \ln \frac{b}{a} [\text{J}]$	(6) $H = \frac{x}{2\pi a^2} I [\text{A/m}]$	(7) $B = \frac{\mu x I}{2\pi a^2} [\text{T}]$	(8) $W = \frac{\mu I^2}{16\pi} [\text{J}]$

受験番号	氏 名

得 点

問2 図2のように空気中に置かれたコイルの下で磁石を動かした。ただし、コイルの巻数 N は3回とし、コイル内に鎖交する磁束 ϕ は図3(a)のように変化するものとする。また、コイルに誘導される起電力は図2のように磁束が生じる向きを正とする。次の問に答えよ。[2点×7=14点]

- (1) コイルの ab 間に生じる誘導起電力 e の式を答えよ。
- (2) 0～0.2秒に生じる誘導起電力 e を求めよ。
- (3) 0.2～0.4秒に生じる誘導起電力 e を求めよ。
- (4) 0.4～0.6秒に生じる誘導起電力 e を求めよ。
- (5) 0.6～0.7秒に生じる誘導起電力 e を求めよ。
- (6) 0.7～0.8秒に生じる誘導起電力 e を求めよ。
- (7) 誘導起電力のグラフを図3(b)に描きなさい。

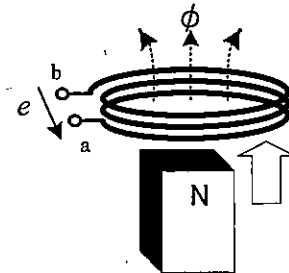


図2

【解答】

(1) $e = -N \frac{d\phi}{dt}$

(2) 0～0.2秒

$$e = -3 \times \frac{2}{0.1} = -60 \text{ [V]}$$

(3) 0.2～0.4秒

$$e = 0 \text{ [V]}$$

(4) 0.4～0.6秒

$$e = 3 \times \frac{4}{0.1} = 120 \text{ [V]}$$

(5) 0.6～0.7秒

$$e = 0 \text{ [V]}$$

(6) 0.7～0.8秒

$$e = -3 \times \frac{4}{0.1} = -120 \text{ [V]}$$

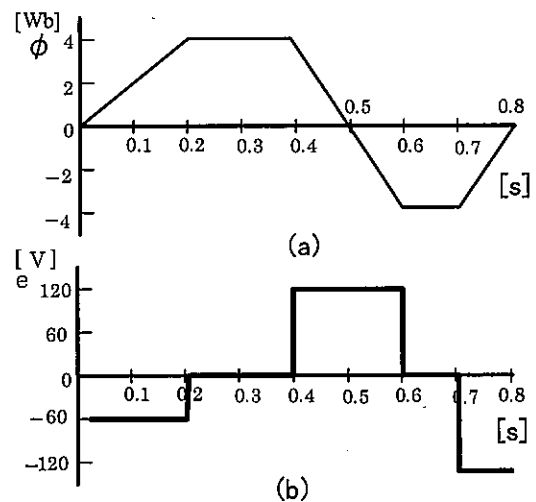


図3

解答欄

(1) $e = -N \frac{d\phi}{dt}$	(2) $e = -60 \text{ [V]}$	(3) $e = 0 \text{ [V]}$
(4) $e = 120 \text{ [V]}$	(5) $e = 0 \text{ [V]}$	(6) $e = -120 \text{ [V]}$

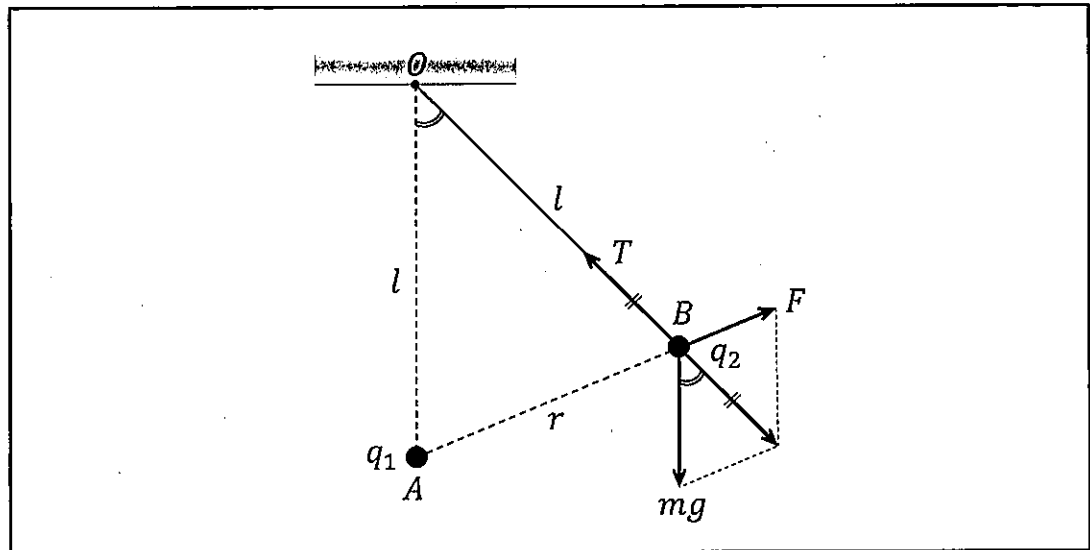
受験番号	氏 名

得 点

問3 真空中において、定点 O の鉛直下方 $l[m]$ の距離に固定された $q_1[C]$ の電荷をもつ粒子 A と、定点 O より長さ $l[m]$ の伸縮しない糸でつるされた質量が $m[kg]$ で $q_2[C]$ の電荷をもつ粒子 B がある。いま、粒子 B を静かに離した時、 B が静止するときの AB 間の距離を次の各問いに答えながら求めよ。但し、重力加速度を $g[m/s^2]$ 、真空の誘電率を ϵ_0 とする。また、電荷 q_1 と q_2 は同符号である。

- (1) 下の解答欄に粒子 B が静止した時の様子を B に働く力をベクトルとして図示せよ。ここで、 $\overline{AB} = r$ 、糸の張力を T 、粒子 A と B 間に働く静電気力を F として示せ。[8点]

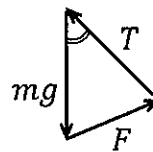
【解答欄】



- (2) $\overline{AB}$ 間の距離 r を求めよ。[8点]

前問の作図より、粒子 B に働く張力 T 、静電気力 F および重力 mg の作る三角形と、三角形 OAB は相似であることから、

$$\begin{aligned}\frac{r}{l} &= \frac{F}{mg} \\ \therefore \frac{r}{l} &= \frac{1}{mg} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ r^3 &= \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{l}{mg} \quad (r > 0) \\ \therefore r &= \sqrt[3]{\frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{l}{mg}}\end{aligned}$$



【解答欄】

$$r = \sqrt[3]{\frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{l}{mg}}$$

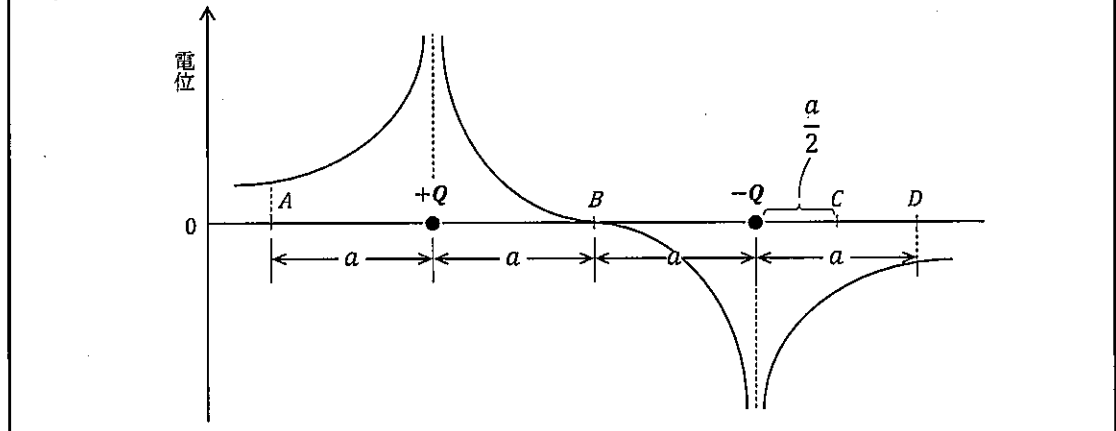
受験番号	氏 名

得 点

問4 真空中に距離 $2a$ 離れたところに点電荷 $+Q$ と $-Q$ がある。これら電荷を結ぶ直線上で下図に示すような位置に4つの点 A, B, C, D をとる。次の問いに答えよ。

(1) 縦軸に電位、横軸に両電荷を結ぶ直線上の位置として電位分布の略図を描け。[6点]

【解答欄】 各点電荷 $\pm Q$ から r だけ離れた地点の電位は $V = \pm k \frac{Q}{r}$ で与えられる。また、点電荷 $+Q$ と $-Q$ との中間点 B は、変曲点となることを考慮して大体の傾向を示す図を描く。



(2) 点 A, B, C の電位を求めよ。但し、電位を表す式の比例定数を k とする。[4点×3=12点]

各点の電位を V_A, V_B, V_C とすると、

$$V_A = k \frac{Q}{a} - k \frac{Q}{3a} = \frac{2}{3} k \frac{Q}{a} \quad V_B = k \frac{Q}{a} - k \frac{Q}{a} = 0 \quad V_C = k \frac{Q}{\frac{5}{2}a} - k \frac{Q}{\frac{7}{2}a} = -\frac{8}{5} k \frac{Q}{a}$$

(3) $Q = 1.6 \times 10^{-19} [C]$, $a = 5.3 \times 10^{-9} [cm]$, $k = 9.0 \times 10^9 [N \cdot m^2 / C^2]$ とした時、 AC 間の電位差 V_{AC} は何 $[V]$ か。有効数字2桁で書け。[4点]

(A の電位) - (C の電位) より、

$$V_{AC} = V_A - V_C = \frac{2}{3} k \frac{Q}{a} - \left(-\frac{8}{5} k \frac{Q}{a} \right) = \frac{34}{15} k \frac{Q}{a} = \frac{34}{15} \times 9.0 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-19}}{5.3 \times 10^{-11}} \approx 6.2 \times 10 [V]$$

(4) 点 B における電界の強さ E_B を求めよ。[12点]

電荷 $+Q$ からの距離を r とし、2つの電荷によって形成される電位 V を求めると、

$$V = k \frac{Q}{r} + k \frac{-Q}{2a-r} = kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a-r} \right) \quad \text{この式を距離 } r \text{ で微分して電界の強さ } E \text{ を求めると、}$$

$$E = \frac{dV}{dr} = \frac{d}{dr} \left(kQ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a-r} \right) \right) = kQ \left(-\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(2a-r)^2} \right) \quad \text{となる。ここで、点 } B \text{ は } r=a \text{ であることから、} E_B = -\frac{2kQ}{a^2}$$

【解答欄】

(2)	$V_A = \frac{2}{3} k \frac{Q}{a} [V]$	$V_B = 0 [V]$	$V_C = -\frac{8}{5} k \frac{Q}{a} [V]$
(3)	$V_{AC} \approx 6.2 \times 10 [V]$	(4)	$E_B = -\frac{2kQ}{a^2} [V]$